Всероссийская студенческая олимпиада (Московский тур)
по физике (в технических вузах)
2017 г.

II тур Всероссийской физической олимпиады студентов технических вузов прошел 18 февраля 2017 года в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э. Баумана.

Победители в командном зачете: команда Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, набравшая 213 баллов - первое место, команда Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина, набравшая 121 балл - второе место, команда Калужского филиала Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, набравшая 168 баллов - третье место.
Победители в личном зачете: Малинский Антон Олегович, МГТУ им. Н.Э. Баумана - первое место, Бланк Сергей Сергеевич, МГТУ им. Н.Э. Баумана - второе место, Фан Тхань Тай, РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина – третье место.

Задача 1. Герон Александрийский 2300 лет тому назад сформулировал принцип, согласно которому луч света проходит из точки А в точку В после отражения от плоского зеркала по самой короткой траектории. При этом оказывается, что угол падения должен равняться углу отражения (этот закон древние греки, правда далеко не все, знали). Рассмотрим механический аналог оптического явления. Пусть на гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной с одной стороны прямой стенкой, расположены две точки А и В. Из точки А частица, двигаясь прямолинейно отскакивает от стенки и попадает в точку В. Доказать, что из условия минимальности траектории следует закон: угол падения равен углу отражения

Задача 2. Через сопло, имеющее форму цилиндрической трубы длиной l протекает воздух со скоростью v_0. В начало сопла помещают маленькое тело массы m с нулевой начальной скоростью, которое увлекается воздухом и вылетает из сопла со скоростью $v_k = v_0/2$. Определить коэффициент сопротивления r между телом и воздухом, считая, что сила сопротивления $F = -r\left(v_0 - v\right)^2$.

Задача 3. Тело подвешено на двух нитях закрепленных в двух точках подвеса, расположенных на разных высотах, отличающихся на величину h. Расстояние между точками подвеса равно $2h$. Угол между нитями прямой. Длина нижней нити $\sqrt{2}h$. Обе нити в натянутом состоянии. Определить период колебаний такого математического маятника.

Задача 4. Один моль газа Ван-дер-Ваальса расширяется по политропе $(V - b)T = \text{const}$. Определить изменение энтропии газа, если его температура изменяется от T_1 до T_2. Теплоемкость C_V – величина постоянная.

Задача 5. Прямоугольная диэлектрическая пластинка с соотношением сторон $\frac{1}{\sqrt{2}}$ заряжена равномерно по поверхности. Потенциал в центре пластинки равен φ_0. Определить потенциал в вершине прямоугольника и в середине большей стороны.

Задача 6. Ток I течет по длинному прямому проводу и затем растекается в проводящей среде по закону $dI \sim cos(\theta)sin(\theta)d\theta$. Пренебрегая влиянием магнитных свойств среды, найти индукцию магнитного поля в точке А, отстоящей от точки О на расстояние r под углом θ. См. рис. 1.

Задача 7. Вокруг прямого проводника с током I вдоль силовой линии магнитного поля радиуса r движется магнитный диполь с дипольным моментом p_m со скоростью v. Определить массу диполя.

Задача 8. Частично поляризованная электромагнитная волна является суперпозицией двух некогерентных плоскополяризованных волн, интенсивность которых равна I_1 и I_2. Угол между плоскостью поляризации частично поляризованной волны и плоскостью поляризации плоскополяризованной волны с интенсивностью I_1 равен α. Определить угол между плоскостями поляризации плоскополяризованных волн с интенсивностью I_1 и I_2.

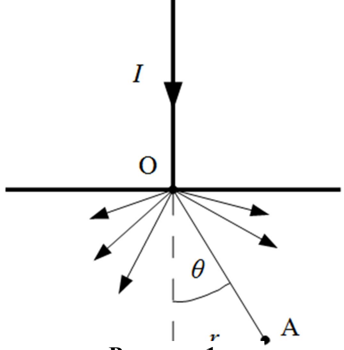


Рисунок 1

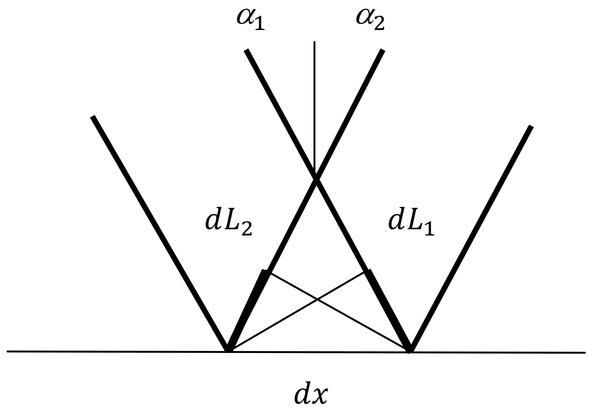
Решение задач

Решение задачи 1

Рассмотрим траекторию, когда угол падения α_1 равен углу отражения α_2. Зададим бесконечно малое смещение точки касания dx. Изменение длины пути первой фазы движения $dL_1 = dxcos\alpha_1$, второй фазы движения $dL_{12} = -dxcos\alpha_2$.

Изменение длины траектории $dL = dL_1 + dL_{12} = dx\ (cos\alpha_1 - cos\alpha_2)$

Если $\alpha_1 = \alpha_2$ то $dL = 0$, что соответствует экстремуму, т.е. минимальной длине траектории.



Решение задачи 2. Перейдем в систему отсчета К` , движущуюся со скоростью V_0. Воздух в этой системе неподвижен, а сопло движется со скоростью $-V_0$. Пусть ось x направлена в сторону
движения сопла.

В момент t=0 скорость тела $V_1 = V_0$, в момент времени t_k - $V_2 = (V_0 - V_k)$

Уравнения движения :

$m\frac{dV}{dt} = -rV^2 -$ решение $\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) = \frac{r}{m}t_k$

$m\frac{dV}{dx} = -rV -$ решение $\ln\frac{V_1}{V_2} = \frac{r}{m}x$

Далее: $V_0 t_k = l + \mathrm{x} = V_0\ \frac{m}{r}\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) = l + \frac{m}{r}\ln\frac{V_1}{V_2}$

$r = \frac{m}{l}\left(\frac{V_k}{(V_0 - V_k)} - \ln\frac{V_0}{(V_0 - V_k)}\right) = \frac{m}{l}\ (1 - \ln 2)$

Решение задачи 3. Ось вращения – отрезок b соединяющий точки подвеса. Высота прямоугольного треугольника с вершиной в точке, где находится тело $H = \sqrt{2h^2 - h^2} = h$

Колебания происходят в плоскости перпендикулярной отрезку b

Угол между отрезком b и вертикалью $\pi/3$.

Приведенное ускорение свободного падения к плоскости колебаний $g^{\sim} = g\frac{\sqrt{3}}{2}$

Откуда период $T = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g^{\sim}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{3}h}{3g}}$

Решение задачи 4. Уравнение состояния газа $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$,

политропа $(V - b)T = d$.

$$p = \frac{RT}{(V - b)} - \frac{a}{V^2} = \frac{RT^2}{d} - \frac{a}{V^2},\ dV = -\frac{d}{T^2}\ , dU = CdT + \frac{a}{V^2}dV$$

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T}dV = \frac{1}{T}\left(C_V dT + \frac{a}{V^2}dV + \frac{RT^2}{d}\left(-\frac{d}{T^2}\right) - \frac{a}{V^2}dV\right) = (C_V - R)\frac{dT}{T}$$

Решение задачи 5. Потенциал в центре создается четырьмя прямоугольниками со сторонами $a\backslash 2$ и $a\backslash\sqrt{2}$. Потенциал пропорционален размеру прямоугольника. $\varphi_o = 4\,k\,\frac{a}{2}$
Потенциал в середине большой стороны создается двумя прямоугольниками со сторонами a и $a\backslash\sqrt{2}$, откуда $\varphi_1 = 2\,k\,\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\varphi_o}{\sqrt{2}}$. Потенциал в вершине создается одним прямоугольником со сторонами a и $a\backslash\sqrt{2}$, $\varphi_2 = k\,a = \frac{\varphi_o}{2}$
Ответ: $\varphi_1 = \frac{\varphi_o}{\sqrt{2}},\ \varphi_2 = \frac{\varphi_o}{2}$

Решение задачи 6. Ток по всему полупространству $I = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha\cos\theta\sin\theta d\theta = \alpha\pi$. Из соображений симметрии магнитное поле имеет только составляющую вдоль вектора $\vec{e}_\varphi$ цилиндрической системы координат, ось которой совпадает с направлением тока до растекания по полупространству. Используя теорему Стокса, находим, $2\pi r\sin\theta B = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\theta_0} \frac{I}{\pi}\cos\theta\sin\theta d\theta = I\sin\theta^2$, откуда $B = \frac{I\sin\theta_0}{2\pi r}$

Решение задачи 7. Магнитное поле равно $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Пусть дипольный момент рамки с током I_0 со стороной $a \ll r$ - $p_m = I_0 a^2$
Тогда сила действующая на рамку $F = I_0 a\Delta B = I_0 a\frac{dB}{dr}a = I_0 a^2\frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} = p_m I\frac{\mu_0}{2\pi r^2}$

$$F = p_m I\frac{\mu_0}{2\pi r^2} = \frac{mV^2}{r},\ m = \frac{p_m I\mu_0}{2\pi r V^2}$$

Решение задачи 8. Поскольку волны некогерентны, а угол между плоскостями поляризации частично поляризованной волны и плоскополяризованной с интенсивностью I_1 равен α.
$I_\alpha = I_1\cos^2\alpha + I_2\cos^2(\varphi - \alpha)$
Пусть задан угол φ- const
Ищем при каком угле α I_α достигает максимума
$\frac{dI_\alpha}{d\alpha} = -2I_1\cos\alpha\sin\alpha + 2I_2\cos(\varphi - \alpha)\sin(\varphi - \alpha) = 0$
$I_1\sin 2\alpha = I_2\sin 2(\varphi - \alpha)$
Это связь между углами φ и α
Поскольку дано α
Определим $\varphi = \alpha + \frac{1}{2}arcsin\left(\frac{I_1}{I_2}\sin 2\alpha\right)$